

L'aria umida e il condizionamento ambientale

L'aria secca è definita tale se non contiene vapore d'acqua. È costituita dai vari gas presenti nell'aria: N_2 , O_2 , CO_2 , H_2 , O_3 , ecc. Invece si definisce aria atmosferica la miscela di aria secca con vapore acqua. Quest'ultimo può condensare, gli altri gas no.

Il condizionamento ambientale fa uso di temperature comprese tra $-10^\circ C$ e $50^\circ C$, campo in cui l'aria secca può considerarsi gas perfetto con calore specifico a pressione costante di valore costante pari a $1005 \frac{kJ}{kg \cdot K}$. Anche il vapore d'acqua contenuto nell'aria può considerarsi gas perfetto. Di conseguenza l'aria ambientale viene considerata come gas perfetto. Due sono le condizioni necessarie:

- fase condensata incompressibile e non contenente incombustibili (cioè gas; contiene solo H_2O);
- le leggi di Dalton e Amagat:

$$P_{TOT} = \sum_{i=1}^N P_i = P_{O_2} + P_{N_2} + P_{CO_2} + \dots + P_{H_2O} \quad V_{TOT} = \sum_{i=1}^N V_i = V_{O_2} + V_{N_2} + V_{CO_2} + \dots + V_{H_2O}$$

$$\Rightarrow P_{TOT} = P_{as} + P_v$$

$$\Rightarrow V_{TOT} = V_{as} + V_v$$

In ogni caso non abbiamo più un fluido bitemperatura, quindi la questione è più complessa. Dovremo anzitutto introdurre alcune grandezze:

- l'umidità relativa, cioè il rapporto tra la massa di vapore contenuta nell'aria e la massa di vapore a saturazione, cioè quella massima che può contenere:

$$i = \frac{m_v}{m_s}$$

- l'umidità assoluta, rapporto tra massa di vapore acqua e volume che esso possiede:

$$u.a. = \frac{M_v}{V_v} \left[\frac{kg}{m^3} \right]$$

- l'umidità specifica o grado igrometrico, rapporto tra massa di vapore e massa di aria secca:

$$y = \frac{m_v}{m_{as}}$$

Se il vapore acqua può essere considerato gas perfetto, dette p_v e p_s le pressioni di vapore e di saturazione, si ha:

$$m_v = \frac{p_v v}{R_v T}, \quad m_s = \frac{p_s v}{R_v T} \quad \Rightarrow \quad \frac{m_v}{m_s} = \frac{p_v}{p_s}$$

Analoga mente consideriamo $m_{as} = \frac{p_{as} V}{R_{as} T}$ e $m_{v} = \frac{p_{vr} V}{R_{vr} T}$ e sostituiamo nel grado isometrico:

$$y = \frac{m_v}{m_{as}} = \frac{p_{vr} V}{R_{vr} T} \cdot \frac{R_{as} T}{p_{as} V} = \frac{p_{vr} R_{as}}{p_{as} R_{vr}}$$

In cui:

$$R_{vr} = \frac{R}{m_v} \quad R_{as} = \frac{R}{m_{as}} \quad m_{as} = 29 \frac{\text{kg mol}}{\text{kg}} \quad m_v = 18 \frac{\text{kg mol}}{\text{kg}}$$

$$p_{vr} = i p_s \quad p_{as} = p_{tot} - i p_s$$

Quindi:

$$y = \frac{p_{vr} \cdot \frac{R}{m_{as}}}{p_{as} \cdot \frac{R}{m_v}} = \frac{m_v}{m_{as}} \cdot \frac{p_{vr}}{p_{as}} = 0,622 \frac{i p_s}{p_{tot} - i p_s}$$

L'entalpia dell'aria umida è pari alla somma delle entalpie dell'aria secca più quella del vapore acqueo:

$$M_{au} \cdot h_{au} = M_{as} h_{as} + M_v h_v$$

Buttante non si usa questa relazione, ma si riferisce l'entalpia dell'aria umida al chilogrammo di aria secca, indicandola con h' :

$$M_{as} \cdot h' = M_{as} \cdot h_{as} + M_v h_v$$

In tal modo h' si moltiplica per la massa di aria secca. Dividiamo proprio per M_{as} :

$$h' = \frac{M_{as}}{M_{as}} h_{as} + \frac{M_v}{M_{as}} h_v = h_{as} + y h_v$$

Imponiamo un riferimento arbitrario a $t_0 = 0^\circ\text{C}$ e $h_{as_0} = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$. Si ottiene:

$$h_{as} = h_{as_0} + c_{pas}(t - t_0) = c_{pas} t = 1,005 t$$

Abbiamo sfruttato l'equazione $dh = c_p dT$. Ora vediamo come esprimere h_v considerando il punto triplo dell'acqua, per $t_0 = 0,01^\circ\text{C}$ e $p_0 = 611 \text{ Pa}$. Per tale stato imponiamo $h_{v_0} = 0 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$. Quindi:

$$h_v = h_{v_0} + r_0 + \int_{t_0}^t c_{pv} dt$$

Abbiamo $r_0 = 2501,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}$ e $\int_{t_0}^t c_{pv} dt = c_{pv}(t - t_0)$, entrambi per il campo di temperatura compreso tra 0 e 40°C . In tale intervallo $c_{pv} = 1,88 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}}$. Quindi:

$$h_v = r_0 + c_{pv}(t - t_0) = 2501,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} + 1,88 \frac{\text{kJ}}{\text{kg K}} \cdot t$$

L'entalpia non dipende dalla pressione, per l'aria umida. Abbiamo assunto l'ipotesi di Mollier: essendo il vapore molto rarefatto, le isentalpiche sono quasi orizzontali.

I diagrammi di Mollier e di Carrier

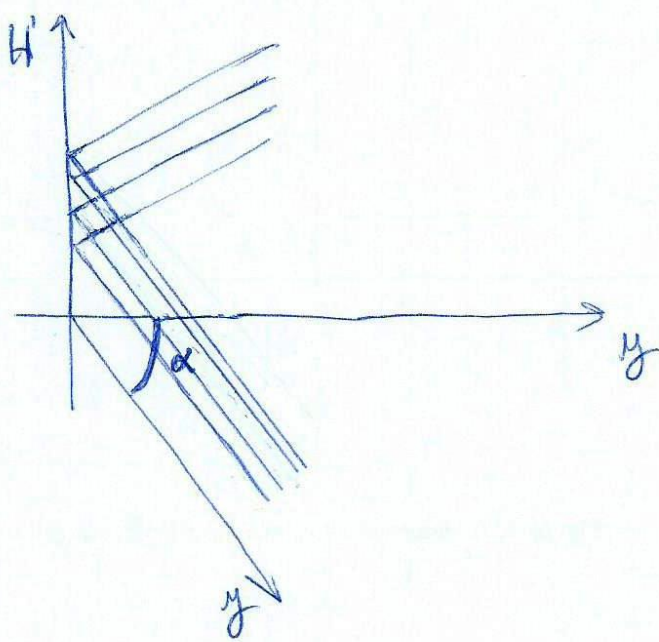
In definitiva abbiamo scoperto che:

$$h' = c_{pas} t + (r + c_{pv} t) y \Rightarrow \frac{dh'}{dy} = r + c_{pv} t = 2501,3 + 1,88 t$$

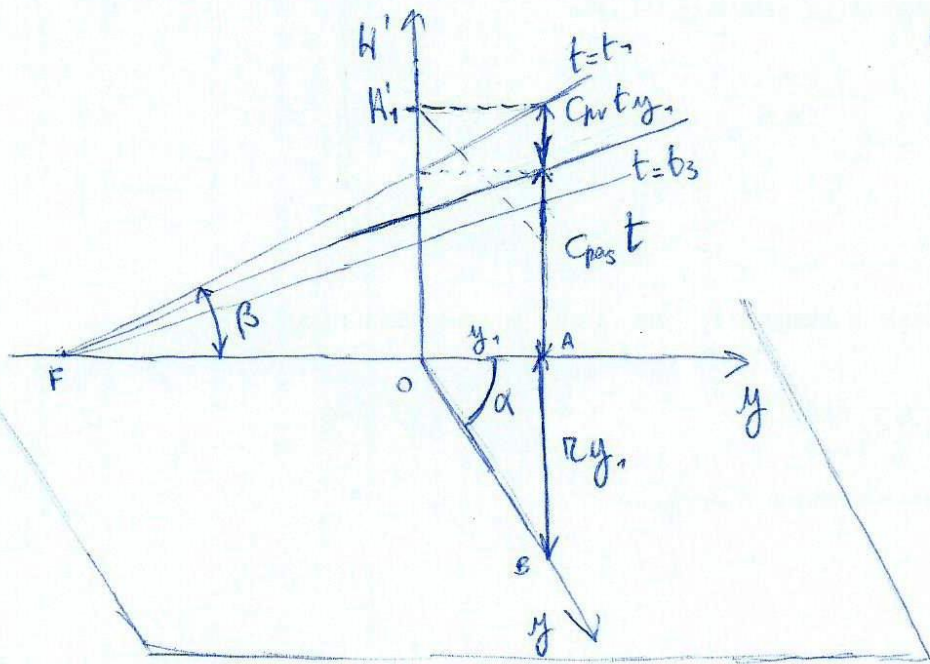
Nel diagramma h'-y le rette saranno inclinate di un angolo:

$$\alpha = \arctg(2501,3 + 1,88 t)$$

Ma nel grafico tali rette sono troppo ravvicinate per poter distinguere i valori che rappresentano. Mollier decide allora di ribaltare l'asse y di $\alpha = \arctg(2501)$:



Inoltre nota che le isoterme possono essere confuse con le isobariche, cioè l'asse h' può prendere il nome di asse t. Vediamo infine come vengono rappresentati graficamente i tre contributi che costituiscono h':



$$\alpha = \arctg(r) \Rightarrow r = \operatorname{tg} \alpha \Rightarrow AB = r y_1$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c_{pas} t}{c_{pv} t y_1} = \frac{c_{pas}}{c_{pv} y_1}$$

$$\Rightarrow \overline{OF} = \frac{c_{pas} t}{c_{pv} t} = \frac{c_{pas}}{c_{pv}} = \frac{1,005}{1,88}$$

$$\Rightarrow \overline{OF} = 0,51 \frac{\text{kgv}}{\text{kgas}}$$

Al diagramma di Mollier si affianca quello di Carrier (o psicrometrico).

Diagramma di Mollier

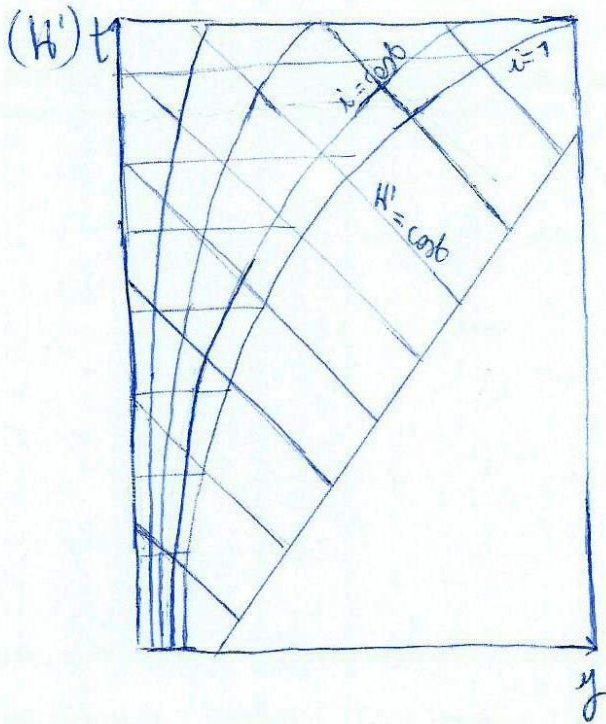
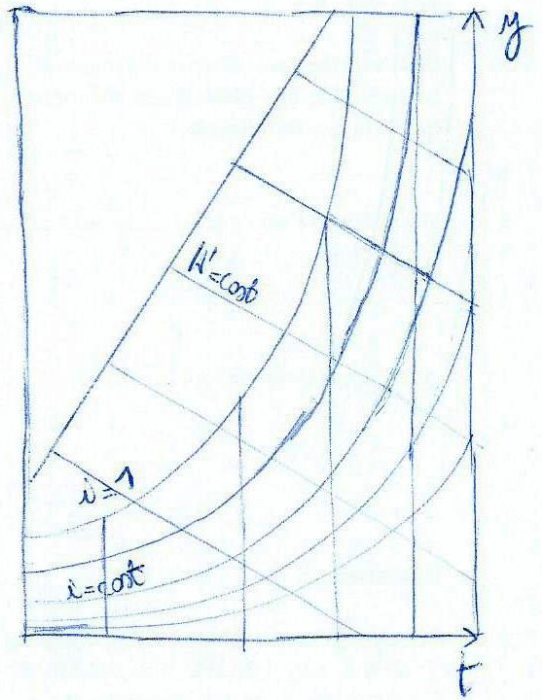


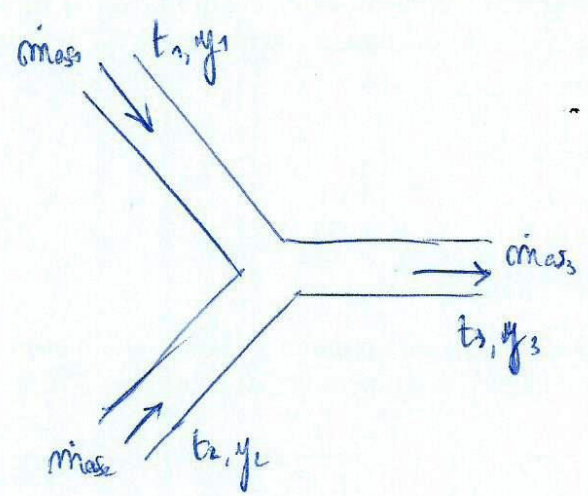
Diagramma di Carrier



Trasformazioni termodinamiche notevoli per l'aria umida

Esamineremo alcune trasformazioni termodinamiche che ci saranno utili nell'analisi del funzionamento degli impianti di condizionamento:

- miscelazione adiabatica di correnti d'aria:



$$\begin{cases} \dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2} = \dot{m}_{as3} \\ \dot{m}_{as1} \cdot y_1 + \dot{m}_{as2} \cdot y_2 = \dot{m}_{as3} \cdot y_3 \\ \dot{m}_{as1} \cdot h'_1 + \dot{m}_{as2} \cdot h'_2 = \dot{m}_{as3} \cdot h'_3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_3 = \frac{\dot{m}_{as1} y_1 + \dot{m}_{as2} y_2}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}} \quad (a)$$

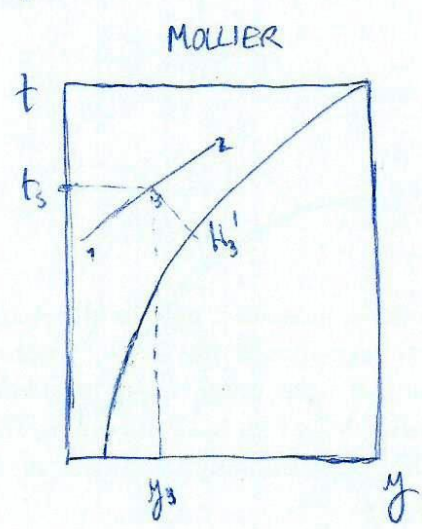
$$\Rightarrow h'_3 = \frac{\dot{m}_{as1} h'_1 + \dot{m}_{as2} h'_2}{\dot{m}_{as1} + \dot{m}_{as2}} \quad (b)$$

Quindi:

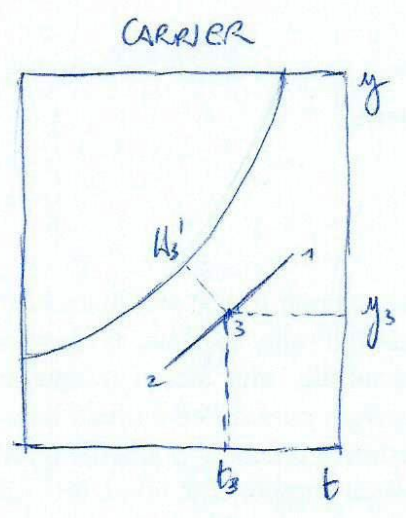
$$(a) \dot{m}_{as1} (y_3 - y_1) = \dot{m}_{as2} (y_2 - y_3) \Rightarrow \frac{\dot{m}_{as1}}{\dot{m}_{as2}} = \frac{y_2 - y_3}{y_3 - y_1}$$

$$(b) \dot{m}_{as1} (h'_3 - h'_1) = \dot{m}_{as2} (h'_2 - h'_3) \Rightarrow \frac{\dot{m}_{as1}}{\dot{m}_{as2}} = \frac{h'_2 - h'_3}{h'_3 - h'_1}$$

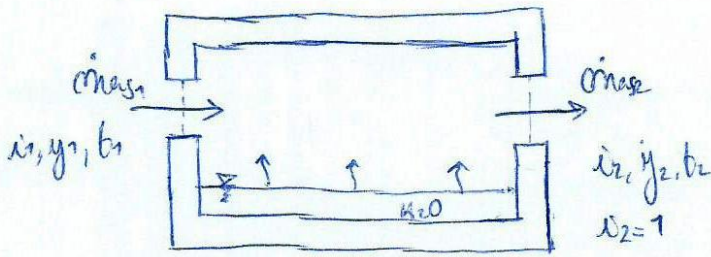
Graficamente:



$$\frac{\bar{13}}{\bar{23}} = \frac{\dot{m}_{as2}}{\dot{m}_{as1}}$$

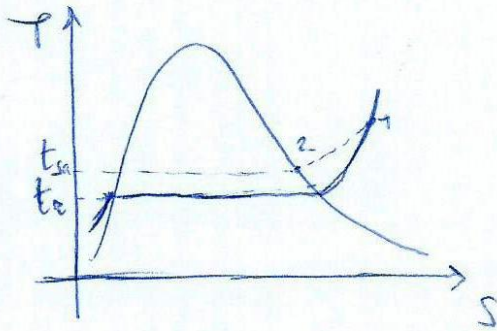


- saturazione adiabatica:



L'aria che attraversa il volume di controllo fornisce il calore necessario a far evaporare l'acqua, $t_2 < t_1$. Se il canale attraversato è abbastanza lungo, q_s , l'aria esce con $i_2 = 100\%$.

Graficamente la trasformazione è:



t_2 è la temperatura di rugiada, cioè la temperatura alla quale inizia la condensazione quando si impone all'aria un raffreddamento isobaro.

t_{sa} è invece la temperatura di saturazione adiabatica.

Obtengo:

- $m_{as1} = m_{as2} = m_{as}$ la massa di aria secca rimane costante;
- massa di liquido, $m_w = m_{as} (y_2 - y_1)$, che evapora
 $\Rightarrow m_{as1} y_1 + m_w = m_{as2} y_2$
- $m_{as1} h_i' + m_w h_e = m_{as2} h_z' \Rightarrow m_{as} h_i' + m_{as} (y_2 - y_1) h_e = h_z' m_{as}$
 $\Rightarrow h_i' + (y_2 - y_1) h_e = h_z'$

Considerando ad esempio $h_i' \approx h_z' \approx 50 \text{ kJ/kg}$, $y_2 - y_1 = 10^{-2}$, $t_e = 20^\circ\text{C}$ e $c = 4,186 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}}$, con $h_e = c \cdot t_e$:

$$h_i' + (y_2 - y_1) c t_e = h_z' \Rightarrow 50 + 10^{-2} \cdot 4,186 \cdot 20 = 50 \Rightarrow h_i' \approx h_z'$$

Il processo è quasi-isentalpico.

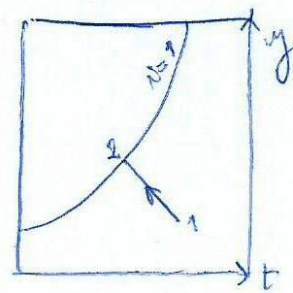
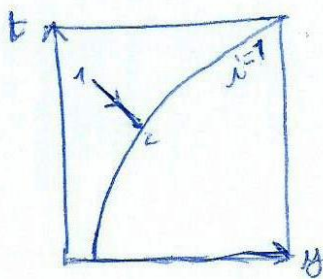
$$C_{pa} t_1 + (r + C_{pv} t_1) y_1 = C_{pa} t_2 + (r + C_{pv} t_2) y_2$$

Usando $y_2 = 0,622 \frac{i p_s(t_2)}{p_{tot} - i p_s(t_2)}$ si può ottenere y_1 .

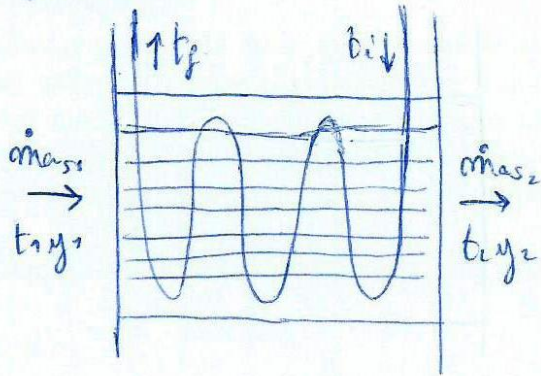
Graficamente la saturazione adiabatica è:

MOWER

CARRIER



- riscaldamento e raffreddamento sensibile: l'aria viene riscaldata o raffreddata a grado igrometrico costante.
Abbiamo:



$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{m}_{a1} = \dot{m}_{a2} = \dot{m}_a \\ y_1 = y_2 = y \\ \dot{m}_{v1} = \dot{m}_{v2} \Rightarrow \dot{m}_{a1} y_1 = \dot{m}_{a2} y_2 \Rightarrow y_1 = y_2 \end{array} \right.$$

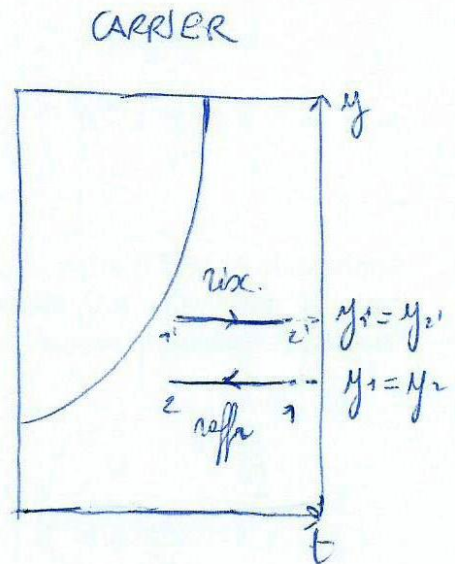
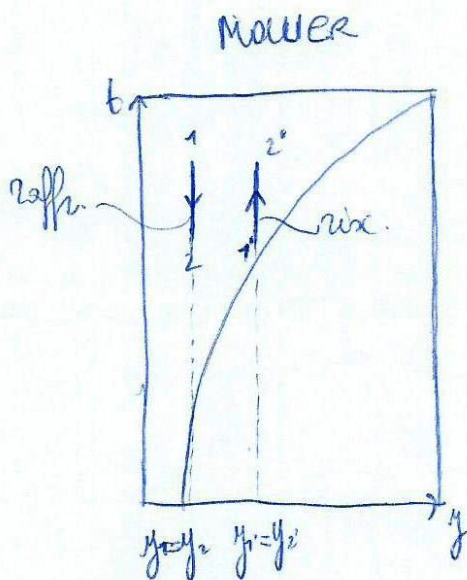
$$q = \dot{m}_{a2} h_2' - \dot{m}_{a1} h_1' = \dot{m}_a (h_2' - h_1')$$

Con $h_1' = c_{pa} t_1 + (r + c_{pv} t_1) y_1$ e $h_2' = c_{pa} t_2 + (r + c_{pv} t_2) y_2$, quindi:

$$\begin{aligned} q &= \dot{m}_a [c_{pa} t_2 + (r + c_{pv} t_2) y_2 - c_{pa} t_1 - (r + c_{pv} t_1) y_1] = \\ &= \dot{m}_a [c_{pa} (t_2 - t_1) + (r + c_{pv} t_2 - r - c_{pv} t_1) y] = \\ &= \dot{m}_a [c_{pa} (t_2 - t_1) + c_{pv} y (t_2 - t_1)] = \dot{m}_a (t_2 - t_1) (c_{pa} + c_{pv} y) \end{aligned}$$

Ma $c_{pv} y \approx 0$ perché $y \approx 10^{-2}$, quindi si può approssimare:
 $q = \dot{m}_a (t_2 - t_1) c_{pa}$

Graficamente:



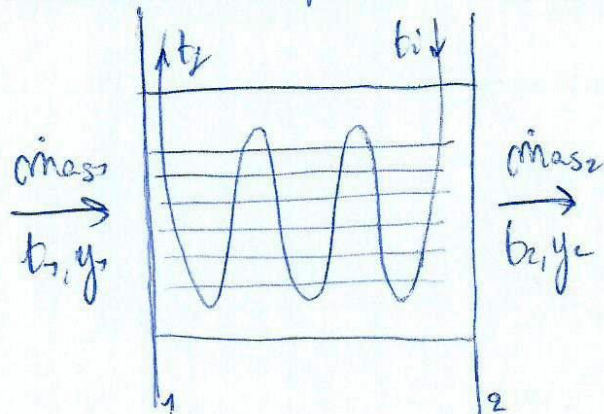
Durante il riscaldamento l'umidità relativa (ϕ) decresce anche se quella assoluta rimane costante. Infatti l'umidità relativa è rapporto tra massa di vapore attuale e massa di vapore a saturazione. Se la temperatura cresce, la massa di vapore a saturazione cresce. Ma non umidificando l'aria l'umidità relativa diminuisce aumentando il suo denominatore. Il benessere termoisometrico peggiora causando sechezza della pelle. Ricorrendo per il raffreddamento: c'è infine broppa umidità;

- Raffreddamento e deumidificazione e riscaldamento e umidificazione: per mantenere il benessere termoisgrometrico si deumidifica durante il raffreddamento e si umidifica durante il riscaldamento.

Nel primo caso raffreddando semplicemente si raggiunge un livello inaccettabile di umidità relativa. L'aria viene raffreddata sotto il suo punto di rugiada e titolo di vapore costante. In questo modo un po' del vapore condensa e diminuisce l'umidità relativa. Il liquido viene poi allontanato:

Nel secondo caso si può introdurre vapore caldo durante il riscaldamento o si spruzza acqua nella corrente d'aria.

In quest'ultimo caso però l'acqua si raffredda un po' e deve essere riscaldata di più nella sezione di riscaldamento. Torniamo al primo caso, di raffreddamento e deumidificazione:



$$y_2 < y_1$$

$$\dot{m}_{as1} = \dot{m}_{as2} = \dot{m}_{as}$$

$$\dot{m}_{w1} + \dot{m}_e = \dot{m}_{w2}$$

$$\dot{m}_e = \dot{m}_{w2} - \dot{m}_{w1} = \dot{m}_{as} y_2 - \dot{m}_{as} y_1 =$$

$$= \dot{m}_{as} (y_2 - y_1) < 0$$

Quindi:

$$q = \dot{m}_{as2} h_2' - \dot{m}_{as1} h_1' - \dot{m}_e h_e = \dot{m}_{as} h_2' - \dot{m}_{as} h_1' - \dot{m}_{as} (y_2 - y_1) (t_2 - t_1) c =$$

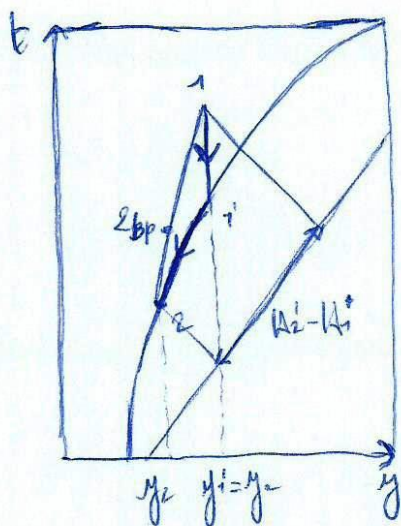
$$= \dot{m}_{as} (h_2' - h_1')$$

È il funzionamento del radiatore delle macchine. Si fa passare l'aria attraverso alette sulle quali rimangono le gocce d'acqua. Si riduce al minimo il numero di alette per limitare le perdite di carico. In tal modo tuttavia non tutta l'aria subisce la trasformazione voluta. Una parte viene a embare le alette. Si introduce allora il fattore di by-pass per volutare l'entità dell'aria che giunge alle alette:

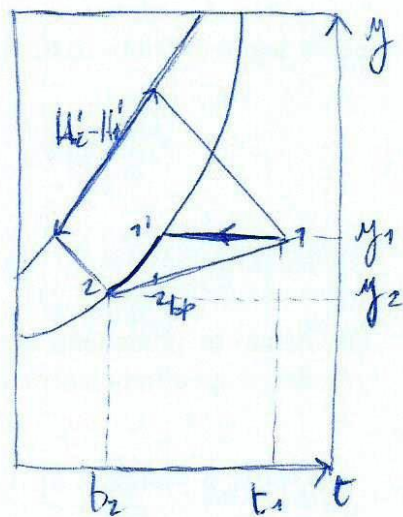
$$F_{bp} = \frac{(\dot{m}_{as})_{bp}}{\dot{m}_{as}} \Rightarrow \frac{(\dot{m}_{as})_{bp}}{\dot{m}_{as} - (\dot{m}_{as})_{bp}} = \frac{y_{2bp} - y_2}{y_1 - y_{2bp}} = \frac{h_{2bp}' - h_1'}{h_1' - h_{2bp}'} = \frac{2_{bp} 2}{1 2_{bp}}$$

Infeltri, graficamente!

MOWER



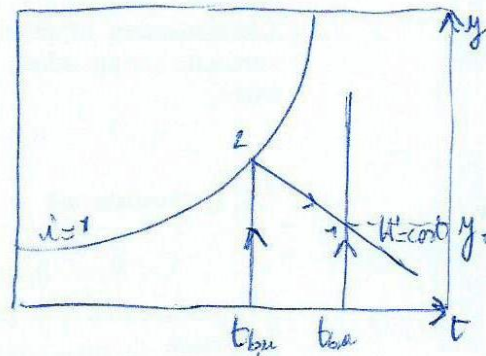
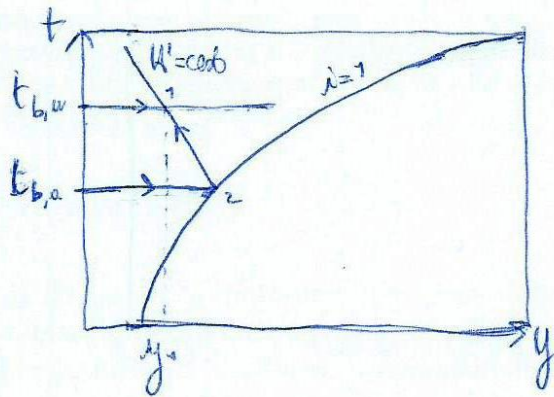
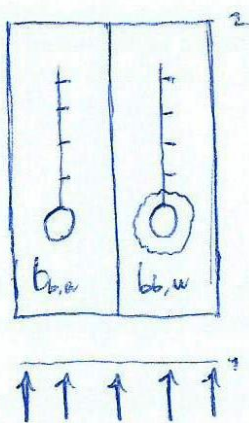
CARRIER



Bulbo secco e umido, lo psicometro e l'igrometro

La temperatura di bulbo umido è quella misurata avvolgendo il bulbo del termometro con una garza bagnata (o con cotone bagnato). Si indica con $t_{b,u}$. La temperatura di bulbo secco è quella normalmente misurata esponendo il bulbo all'aria. Si indica con $t_{b,s}$.

Lo psicometro è lo strumento che si usa per misurare l'umidità dell'aria. Quello di Assman fa circolare forzatamente l'aria in due condotti contenenti un termometro a bulbo secco e uno a bulbo umido:

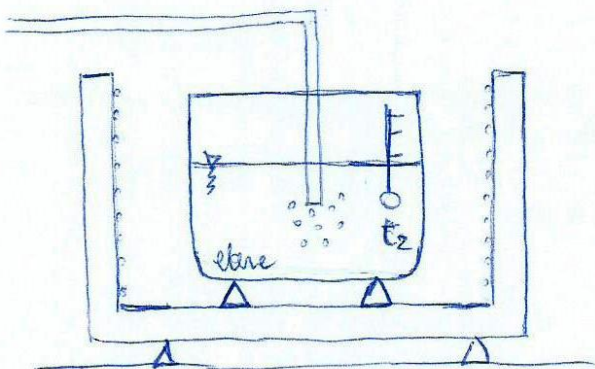


Lungo l'isenthalpica:

$$h_1' = h_2' \Rightarrow c_{pa} t_{b,s} + (r + c_{pv} t_{b,s}) y_1 = c_{pa} t_{b,w} + (r + c_{pv} t_{b,w}) y_2$$

Con $y_2 = 0,622 \frac{i / p_s(t_{b,w})}{p - i p_s(t_{b,w})}$ si risolve y_1 .

Esiste poi l'igrometro ad appannamento di Christoni



Es
O
t₁

Si determina l'umidità relativa sfruttando la temperatura di rugiada e quella effettiva. Diminuendo la temperatura di un volume d'aria a p_{tot} costante (e quindi anche a p parziali costanti) si raggiungono le condizioni di saturazione, cioè la temperatura di

rugiada. L'igrometro di Christoni è costituito da una vaschetta interna non a contatto con una esterna. Quest'ultima è di metallo e la sua superficie interna è speculare, così da vedere immediatamente l'appannamento. La vaschetta interna è piena di etere liquido. Facendo gorgogliare nell'etere dell'aria il primo si raffredda sottraendo calore alla vaschetta. Quest'ultima si raffredda facendo ref.

freddere l'aria esterna, tra le due meschite.

Si procede finché la temperatura dell'aria scende fino a quella di rugiada. A questo punto il vapore condensa sulla superficie interna appannandola e il termometro indicherà la temperatura di saturazione.

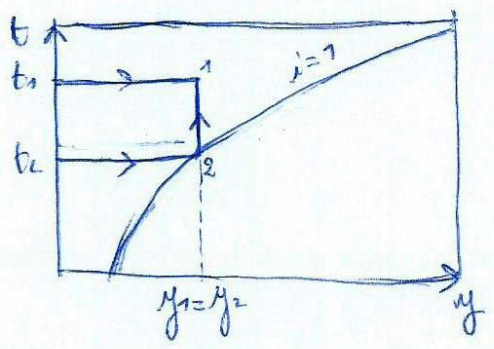
Si potrà determinare ciò che si sta cercando, cioè il grado igrometrico dell'aria:

$$\begin{aligned} p_{\text{sat}}(t_1) &= p_s \\ p_{\text{sat}}(t_2) &= p_{\text{sat}}(t_2) = p_v \Rightarrow \bar{w} = \frac{p_v}{p_s} = \frac{p_{\text{sat}}(t_2)}{p_{\text{sat}}(t_1)} \end{aligned}$$

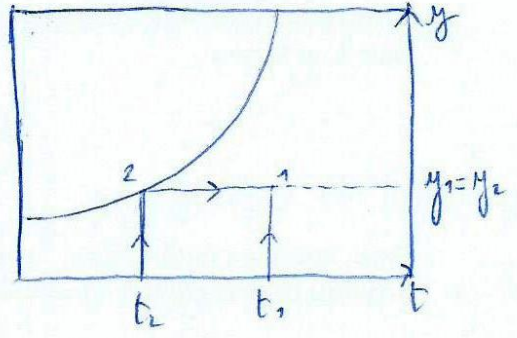
Solitamente la temperatura di rugiada è il risultato di una media tra la temperatura misurata "in andata", appena inizia l'appannamento, e quella misurata "in ritorno". Quest'ultima si ottiene lasciando riscaldare il sistema e si registra non appena svanisce l'appannamento. È di solito un po' più bassa della prima. Oggi si usano sistemi elettronici, che con luce e fotocellula collegano gli istanti esatti di appannamento e di s'appannamento.

Graficamente:

MOLLIER



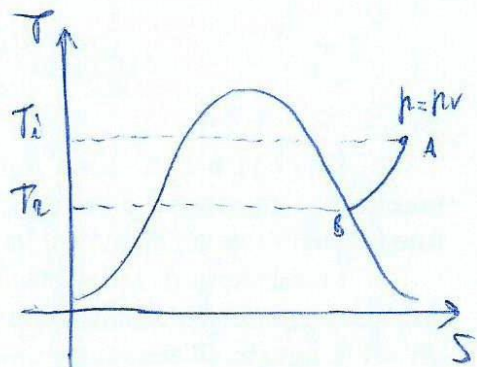
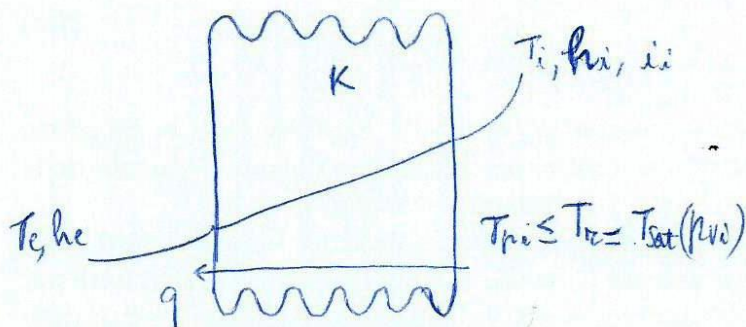
CARRIER



Condensazione superficiale

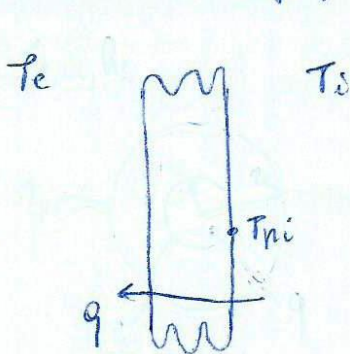
Si ha condensazione superficiale se la temperatura di una superficie è minore o uguale a quella di rugiada nelle condizioni ambiente:

quando la temperatura di una superficie è minore o uguale a quella di rugiada nelle condizioni ambiente:



La temperatura di rugiada è la temperatura alla quale il vapore dell'aria inizia a condensare se questa è sottoposta a raffreddamento isobaro.

Per sapere se c'è condensazione superficiale bisogna quindi conoscere la temperatura della superficie e quella di rugiada. Nel caso di superficie piana:



$$p_{pi} = i.e. p_{sat}(T_e)$$

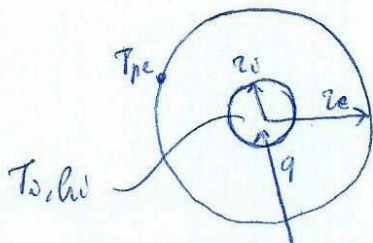
$$T_{pi} \leq T_r = T_{sat}(p_{pi})$$

Abbiamo:

$$\bar{K} = \left(\frac{1}{h_i} + \sum_{j=1}^N \frac{l_j}{k_j} + \frac{1}{h_e} \right)^{-1} \Rightarrow q = \bar{K} A (T_i - T_e) = h_i A (T_i - T_{pi})$$

$$\Rightarrow T_{pi} = T_i - \frac{q}{h_i A} \begin{cases} \nearrow T_{pi} < T_r \Rightarrow \text{condensa} \\ \searrow T_{pi} > T_r \Rightarrow \text{non condensa} \end{cases}$$

Nel caso di condotte cilindriche:



$$T_{pi}, h_e \quad p_{pi} = i.e. p_{sat}(T_e) \quad T_{pi} \leq T_r = T_{sat}(p_{pi})$$

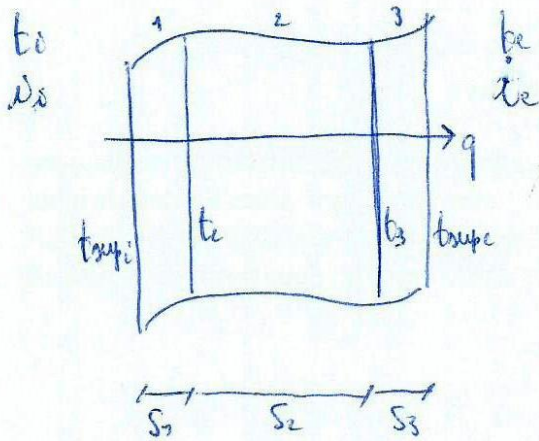
Il flusso deve essere diretto verso l'interno:

$$V = \left(\frac{1}{h_i r_i} + \sum_{j=1}^N \frac{\ln \frac{r_{i+1}}{r_j}}{k_j} + \frac{1}{h_e r_{i+1}} \right)^{-1} \Rightarrow q = V \cdot L (T_i - T_e) = 2\pi L r_{i+1} h_e (T_e - T_{pe})$$

$$\Rightarrow T_{pe} = T_e - \frac{q}{2\pi L r_{i+1} h_e}$$

Condensazione interstatale

È un tipo di condensazione che si verifica quando la parete è formata da più strati, all'interfaccia tra due di questi. La condensazione avviene quando $p_v > p_{sat}(T)$. È necessario conoscere la distribuzione di temperatura nei singoli strati. Studiamo il problema attraverso un esercizio con parete a tre strati:



$$t_a = 20^\circ\text{C} \quad t_b = 10^\circ\text{C} \quad h_a = 0,5 \quad h_b = 0,8$$

$$\lambda_1 = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad \lambda_2 = 0,04 \frac{\text{W}}{\text{mK}} \quad \lambda_3 = 0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}}$$

$$R_i = 0,13 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} \quad R_e = 0,08 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}$$

$$\mu_1 = 50 \quad \mu_2 = 20 \quad \mu_3 = 100$$

$$S_1 = 0,019 \text{ m} \quad S_2 = 0,1 \text{ m} \quad S_3 = 0,019 \text{ m}$$

In cui λ è la conducibilità termica, μ la permeabilità al vapore, S lo spessore e R la resistenza termica specifica.

Il flusso termico per unità di superficie è dato da:

$$q'' = \frac{\Delta T_{TOT}}{R''_{TOT}} \quad \Delta T_{TOT} \text{ diff di temperatura interno-esterno e } R''_{TOT} \text{ resistenza termica specifica totale}$$

Tale flusso deve essere uguale per tutti gli strati j -esimi, cioè $q'' = \frac{\Delta T_{TOT}}{R''_{TOT}} = \frac{\Delta T_j}{R''_j}$. Quindi possiamo sfruttare tale uguaglianza per ricavare le temperature alle interfacce. Otteniamo inoltre che:

$$R''_{TOT} = R_i + \sum R''_j + R_e = \frac{1}{h_i} + \sum \frac{S_j}{\lambda_j} + \frac{1}{h_e}$$

Con h coefficienti di scambio termico limite, $R''_m = \frac{1}{R_m}$

Nel nostro esercizio abbiamo trasmittanza U e flusso su superficie paria:

$$U_{TOT} = \frac{1}{R_e + \frac{S_1}{\lambda_1} + \frac{S_2}{\lambda_2} + \frac{S_3}{\lambda_3} + R_i} = \frac{1}{0,08 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} + \frac{0,019 \text{ mK}}{0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + \frac{0,1 \text{ mK}}{0,04 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + \frac{0,019 \text{ mK}}{0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} + 0,13 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}}}$$

$$= 0,333 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \quad \Rightarrow \quad q'' = U_{TOT} \cdot \Delta T = 0,333 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}} \cdot 30 \text{ K} = 10,0 \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$$

Cominciamo ora a calcolare le temperature alle interfacce e sulle superfici interna ed esterna (considerando le trasmittanze parziali):

$$1) \quad q'' = \frac{1}{R_i} (t_i - t_{12}) \Rightarrow t_{12} = t_i - q'' R_i = 20^\circ\text{C} - 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} \cdot 0,13 \frac{\text{m}^2\text{K}}{\text{W}} = 18,70^\circ\text{C}$$

$$2) \quad q'' = \frac{\lambda_1}{S_1} (t_{12} - t_2) \Rightarrow t_2 = t_{12} - \frac{S_1}{\lambda_1} q'' = 18,70^\circ\text{C} - \frac{0,019 \text{ mK}}{0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = 17,24^\circ\text{C}$$

$$3) \quad q'' = \frac{\lambda_2}{S_2} (t_2 - t_3) \Rightarrow t_3 = t_2 - \frac{S_2}{\lambda_2} q'' = 17,24^\circ\text{C} - \frac{0,1 \text{ mK}}{0,04 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = -7,76^\circ\text{C}$$

$$4) \quad q'' = \frac{1}{R_e} (t_3 - t_b) \Rightarrow t_b = t_3 - \frac{S_3}{\lambda_3} q'' = -7,76^\circ\text{C} - \frac{0,019 \text{ mK}}{0,13 \frac{\text{W}}{\text{mK}}} \cdot 10 \frac{\text{W}}{\text{m}^2} = -9,22^\circ\text{C}$$

Avendo le temperature è possibile determinare le pressioni di saturazione utilizzando le tabelle delle proprietà termodinamiche dell'acqua alla saturazione (liquido e vapore). Si può

sono quindi determinate le corrispondenti pressioni di vapore:

$$p_v = i \cdot p_{sat}(t)$$

Nei casi in cui il non è nota, alle interfacce, è necessario conoscere la portata di vapore per poi calcolare le cadute di pressione che essa provoca nei vari strati. Lo ottengono quindi le pressioni di vapore. La portata omogenea è:

$$\dot{m}'' = \frac{\Delta p_{tot}}{(R_{tot})_v} = \frac{\Delta p_j}{(R_j)_v} \Rightarrow \Delta p_j = \frac{(R_j)_v}{(R_{tot})_v} \cdot \Delta p_{tot}$$

In questo caso le R non sono resistenze termiche, ma resistenze al vapore, date da:

$$(R_j)_v = \frac{S_j \mu_j}{\delta_{v0}}, \quad \delta_{v0} = 670 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{Pa} \cdot \text{m} \cdot \text{h}}$$

Con S_j spessore, μ_j permeabilità al vapore riferita allo strato j -esimo e δ_{v0} permeabilità dell'aria al vapore. Si sfrutta il fatto che la portata di vapore è la stessa per tutti gli strati (ovvero, poiché appartengono alla stessa parete!).

La legge di Fick, analoga a quella di Fourier, afferma che:

$$\dot{m}'' = S \text{ grad } p_v$$

Nell'esercizio che stiamo svolgendo si ha:

$$p_{si}(20^\circ\text{C}) = 2336 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow p_{v0} = i_0 p_{si} = 1168 \text{ Pa}$$

$$p_{se}(-10^\circ\text{C}) = 286 \text{ Pa}$$

$$\Rightarrow p_{ve} = i_e p_{se} = 229 \text{ Pa}$$

Percor:

$$\dot{m}'' = \frac{\Delta p_{tot}}{\frac{S_1 \mu_1}{\delta_{v0}} + \frac{S_2 \mu_2}{\delta_{v0}} + \frac{S_3 \mu_3}{\delta_{v0}}} = \frac{(1168 - 229) \cdot 670 \cdot 10^{-9} \frac{\text{kg}}{\text{Pa} \cdot \text{m} \cdot \text{h}}}{(0,019 \cdot 50 + 0,1 \cdot 20 + 0,09 \cdot 100) \text{ m}} = 1,297 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{h}}$$

Finalmente possiamo calcolare le pressioni di vapore e di saturazione e scoprire dove si forma condensa, cioè dove $p_v > p_{sat}(t)$:

$$p_{sat}(18,7^\circ\text{C}) = 2158 \text{ Pa} > 1168 \text{ Pa} = p_{vap}(18,7^\circ\text{C})$$

$$p_{sat}(17,2^\circ\text{C}) = 1964 \text{ Pa} > 984 \text{ Pa} = p_{vap}(18,7^\circ\text{C}) - \frac{S_1 \mu_1}{\delta_{v0}} \cdot \dot{m}'' = p_{vap}(17,2^\circ\text{C})$$

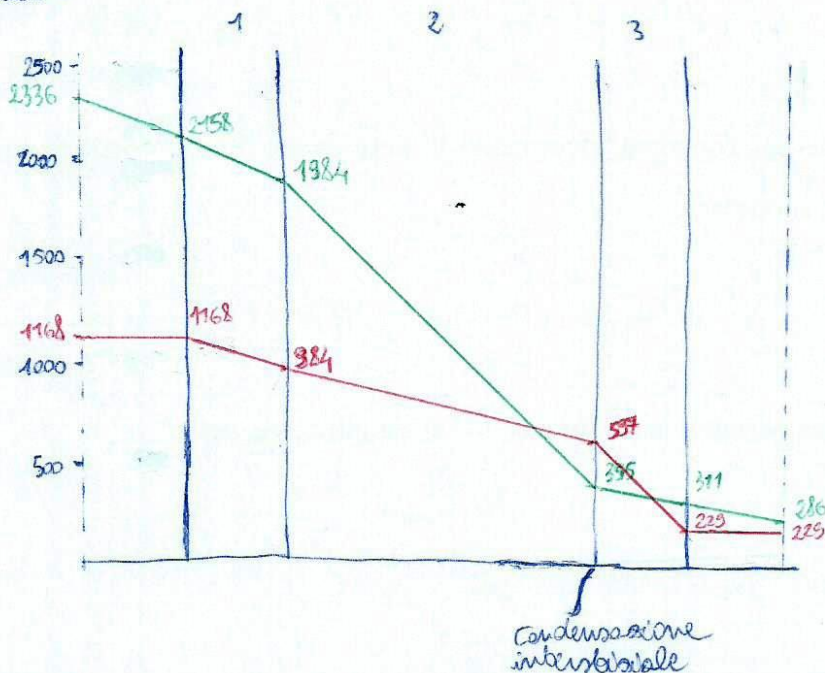
$$p_{sat}(-7,8^\circ\text{C}) = 355 \text{ Pa} < 537 \text{ Pa} = p_{vap}(17,2^\circ\text{C}) - \frac{S_2 \mu_2}{\delta_{v0}} \cdot \dot{m}'' = p_{vap}(-7,8^\circ\text{C})$$

$$p_{sat}(-9,2^\circ\text{C}) = 311 \text{ Pa} > 229 \text{ Pa} = p_{vap}(-7,8^\circ\text{C}) - \frac{S_3 \mu_3}{\delta_{v0}} \cdot \dot{m}'' = p_{vap}(-9,2^\circ\text{C})$$

$$p_{sat}(-10^\circ\text{C}) = 286 \text{ Pa} > 229 \text{ Pa} = p_{vap}(-10^\circ\text{C})$$

All'interfaccia tra strato 2 e 3 si ha $p_v > p_{sat}(t)$, quindi è lì che si forma la condensa interstratale.

Per visualizzare l'interfaccia sulle quale si forma la condensa superficiale si usa il diagramma di Gieser, che confronta pressioni di saturazione e pressione di vapore. Costruiamolo nel caso del nostro esercizio!



Possiamo infine calcolare la portata di vapore che condensa facendo la differenza tra la portata di vapore entrante e quella uscente!

$$\dot{m}_{\text{in}}'' = \frac{p_{\text{v}}(20^\circ\text{C}) - p_{\text{sat}}(-7,8^\circ\text{C})}{\frac{S_1 \mu_1}{S_{\text{v}}} + \frac{S_2 \mu_2}{S_{\text{v}}}} = 1,846 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{h}}$$

$$\dot{m}_{\text{vout}}'' = \frac{p_{\text{sat}}(-7,8^\circ\text{C}) - p_{\text{v}}(-10^\circ\text{C})}{\frac{S_3 \mu_3}{S_{\text{v}}}} = 4,443 \cdot 10^{-5} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{h}}$$

Quindi:

$$\Delta \dot{m}_{\text{v}}'' = \dot{m}_{\text{in}}'' - \dot{m}_{\text{vout}}'' = 1,402 \cdot 10^{-4} \frac{\text{kg}}{\text{cm}^2 \cdot \text{h}}$$